***P2**. Una lente gruesa plano convexa y un espejo convexo, que se encuentran en aire, tienen las focales de la misma magnitud, 30 cm y están separadas 60 cm. El espesor de la lente es 3 cm y su índice de refracción es 1.5. a) Determina la posición de los planos principales y antinodales (γ=-1) de la lente. b) Obtener el espejo equivalente (posición de su vértice respecto a la primera cara de la lente y radio de curvatura. c) Obtén la posición y tamaño de la imagen que proporciona el sistema para un objeto de tamaño 3 cm situado a -78 cm de la lente*

a) Obtención de planos principales y antinodales

Las características de la lente:

n=1.50 ; d=3 cm ; f'= 30 cm ; plano convexa → $r_1 = \infty$; $r_2 < 0$

f=-f'=-30cm (por sistema sumergido)

Con la fórmula de la potencia de la lente gruesa sumergida en aire:

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 \cdot r_2}$$

Teniendo en cuenta que $r_1 = \infty$ obtendremos el radio de la parte convexa:

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(-\frac{1}{r_2}\right) \rightarrow r_2 = -(n-1) \cdot f' = -(1.50-1) \cdot 30 = -15 \rightarrow \underline{r_2 = -15cm}$$

Las posiciones de los planos principales, aplicando las fórmulas, serán:

$$s'_H = \overline{H'_2 - H'} = \frac{-(n-1) \cdot f' \cdot d}{n \cdot r_1} = \frac{-(1.5-1) \cdot 30 \cdot 3}{1.5 \cdot \infty} = 0$$

$$S_H = \overline{H_1 - H} = \frac{-(n-1) \cdot f' \cdot d}{n \cdot r_2} = \frac{-(1.5-1) \cdot 30 \cdot 3}{1.5 \cdot (-15)} = 2\ cm$$

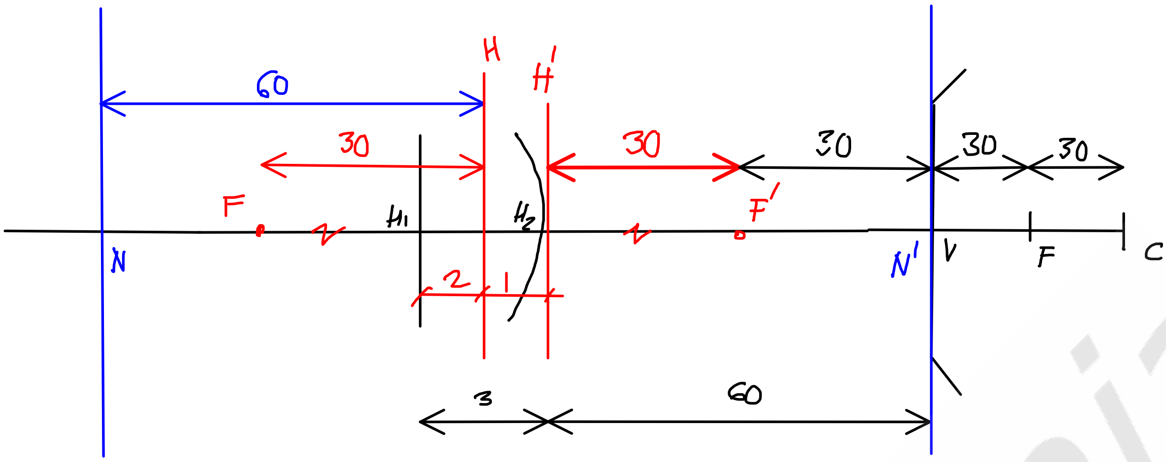
Una vez determinados los planos principales podemos obtener con relación a ellos los antinodales (γ=*-1)* aplicando las relaciones entre los distintos aumentos, recordando que el sistema está en aire:

$$\gamma = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta'} \rightarrow \gamma = \frac{1}{\beta'} \rightarrow -1 = \frac{1}{\beta'} \rightarrow \beta' = -1$$

$$\beta' = -\frac{f}{a-f} \rightarrow a - f = \frac{-f}{\beta'} \rightarrow a = f - \frac{f}{\beta'} = -30 - \frac{(-30)}{-1} = -60\ cm \rightarrow \underline{a = -60\ cm}$$

$$\beta' = -\frac{a' - f'}{f'} \rightarrow a' = f' - \beta' \cdot f' = 30 - (-1) * 30 = 60\ cm \rightarrow \underline{a' = 60\ cm}$$

En esquema, el sistema queda:



b) Obtención del espejo equivalente:

El centro y el vértice del espejo equivalente lo obtenemos como la anti-imagen a través de la lente del centro y del vértice del espejo, aplicando la ecuación de Gauss:

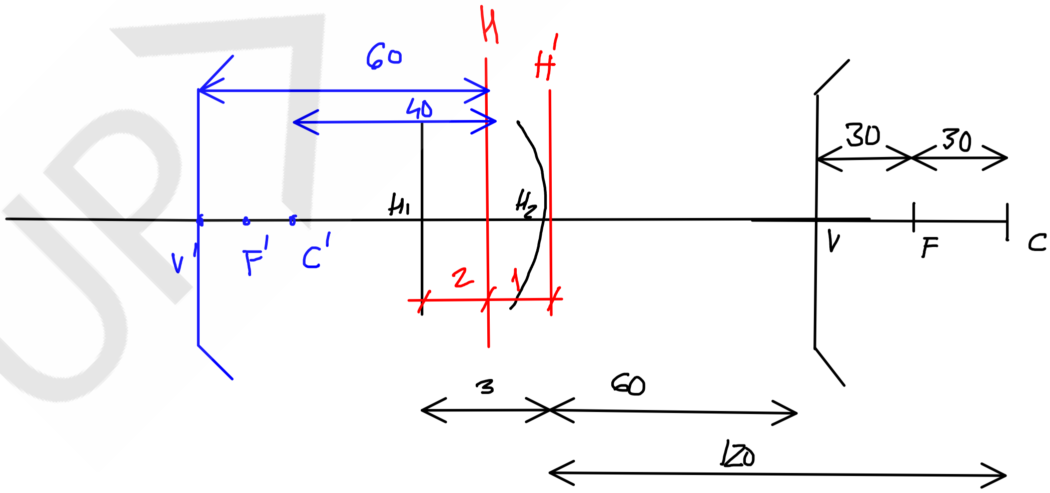
$$-\frac{n}{a}+\frac{n'}{a'}=\frac{n'}{f'} \rightarrow (en\ aire) \rightarrow -\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f'} \rightarrow a=\frac{f'\cdot a'}{f'-a'}$$

Necesitamos ubicar con respecto a los planos principales los distintos elementos:

Centro: $a_c' = 120\ cm \ \rightarrow a = \frac{30\cdot 120}{30-120} = -40\ cm$

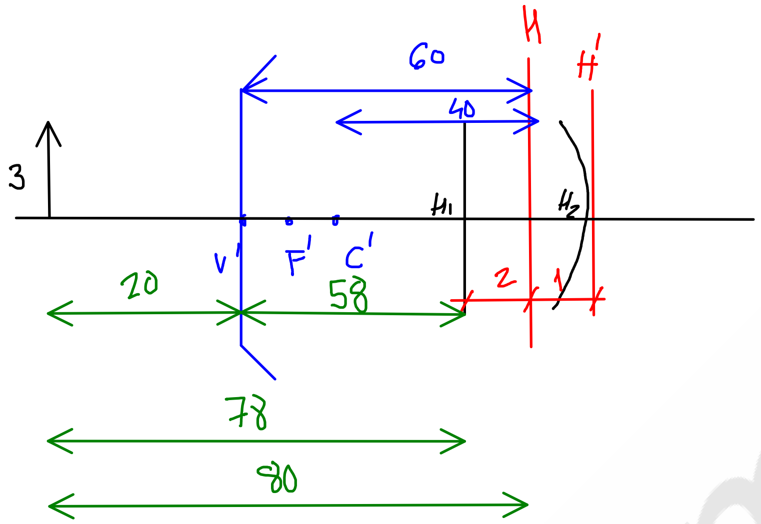
Vértice: $a_v' = 60\ cm \ \rightarrow a = \frac{30\cdot 60}{30-60} = -60\ cm$

En esquema, el espejo equivalente al sistema queda:



c) posición y tamaño de la imagen del sistema para objeto de tamaño 3 cm situado a -78 cm de la lente

Como conocemos el espejo equivalente, podemos usar este en sustitución del sistema total. O sea: la imagen que da el espejo equivalente es la misma imagen que da el sistema.



La imagen por el espejo equivalente la obtenemos aplicando Gauss:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{r}\ ;\ \beta'=-\frac{s'}{s}=\frac{y'}{y}$$

Los datos son: $y = 3\ cm$; $s = -21\ cm$; $r = +20\ cm$, con lo que obtenemos:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{r}\rightarrow\frac{1}{s'}=\frac{2}{r}-\frac{1}{s}=\frac{2}{20}-\frac{1}{-20}=0.15\rightarrow s'=\frac{1}{0.15}=6.67\ cm\rightarrow\boxed{s'=6.67cm}$$

$$\beta'=-\frac{s'}{s}=-\frac{6.67}{-20}=0.333$$

$$C=\frac{y'}{y}\rightarrow y'=\beta'\cdot y=0.333\cdot 3=1.0\ cm\ \rightarrow\boxed{y'=1.00\ cm}$$

En el esquema que sigue se puede apreciar que la imagen de 1.0 cm se forma a 51.33 cm de la lente