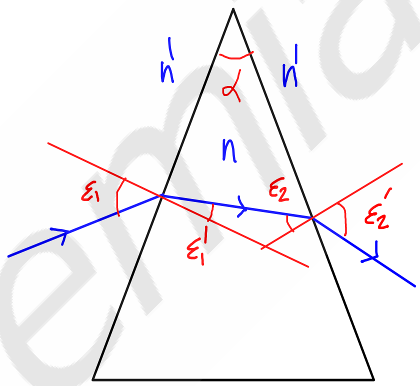
***P1**. Al Dr. M. E. Didor le ha tocado la Bono Loto. Con el dinero del premio ha donado la laboratorio de Óptica Geométrica un prisma isósceles hecho con diamante (n=2.4) cuyo ángulo de refringencia es de 40º. a) Si el prisma se encuentra en aire determina para qué ángulos de incidencia no existe emergencia de la luz por la cara opuesta a la de incidencia. b) ¿Para qué ángulo de incidencia se tendrá desviación mínima? ¿Cuál es el valor de dicha desviación mínima? c) Si ahora sumergimos el prisma en agua (n=4/3) y hacemos incidir un rayo de luz con un ángulo de 30º, determina por qué cara emergerá el rayo y cuál es la desviación producida por el prisma.*

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del prisma son:



Refracción en la primera cara: $n' \cdot \sin \epsilon_1 = n \cdot \sin \epsilon_1'$ (1)

Refracción en la segunda cara: $n \cdot \sin \epsilon_2 = n' \cdot \sin \epsilon_2'$ (2)

Relaciones geométricas: $\alpha = \varepsilon_1' + \varepsilon_2$ (3)

$\delta = \epsilon_1 + \varepsilon_2' - \alpha$ (4)

a) Para que el rayo no emerja de la cara opuesta del prisma debe producirse la reflexión total en dicha cara, por lo que el rayo debe llegar a ella con un ángulo igual o mayor al ángulo límite:

$$\epsilon_2' = 90º \rightarrow \sin \varepsilon_2' = 1\, ; n' = 1 \;\; por\ sumergido\ en\ aire$$

Aplicando la condición a la ecuación (2):

$$n \cdot \sin \epsilon_2 = n' \cdot \sin \epsilon_2' = 1 \cdot 1 = 1 \;\rightarrow\; \sin \epsilon_2 = \frac{1}{n} = \frac{1}{2.4} \rightarrow \varepsilon_2 = \sin^{-1}\frac{1}{2.4} = 24.62º$$

El ángulo debe ser igual o superior al indicado, y por tanto:

$$\epsilon_2 > 24.62º$$

Con (3) sacamos ε_1':

$$\alpha = \varepsilon_1' + \varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_1' = \alpha - \varepsilon_2 = 40 - 24.62 = 15.38º$$

Y con (1) sacamos ε_1 :

$$n' \cdot \sin \epsilon_1 = n \cdot \sin \epsilon_1' \;\rightarrow\; \epsilon_1 = \sin^{-1}\left(\frac{n}{n'} \cdot \sin \epsilon_1'\right) = \sin^{-1}\left(\frac{2.4}{1} \cdot \sin 15.38º\right) = 39.53º$$

Con ello $\boxed{\epsilon_1 \leq 39.53º}$

(Nota: Según la ecuación (1), cuanto menor es sea ϵ_1 menor será ϵ_1', y según la ecuación (3) mayor ha de ser ϵ_2 para mantener el valor de α)

b) Las condiciones de desviación mínima son:

$\varepsilon_1^{'} = \varepsilon_2$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2^{'}$ (5)
$\delta_m = 2 \cdot \varepsilon_1 - \alpha$ (6)
$\alpha = 2 \cdot \epsilon_1^{'}$ (7)

De la condición (7) :

$$\epsilon_1^{'} = \alpha/2 = 40/2 = 20º$$

De la refracción en la primera cara del prisma (1):

$$n^{'} \cdot \sin \epsilon_1 = n \cdot \sin \epsilon_1^{'} \rightarrow \epsilon_1 = \sin^{-1}(\frac{n}{n^{'}} \cdot \sin \epsilon_1^{'}) = \sin^{-1}(\frac{2.4}{1} \cdot \sin 20) = 55.17° \rightarrow \boxed{\epsilon_1 = 55.17°}$$

Y de la condición (6) obtenemos la desviación mínima:

$$\delta_m = 2 \cdot \varepsilon_1 - \alpha = 2 \cdot 55.17 - 40 = 70.34° \rightarrow \boxed{\delta_m = 70.34°}$$

c) Las condiciones del problema son ahora:

$$\varepsilon_1 = 30° ; n^{'} = \frac{4}{3} = 1.33 ; n = 2.4$$

Aplicando la ecuación (1) y (3) obtenemos el ángulo de incidencia en la segunda cara:

$$n^{'} \cdot \sin \epsilon_1 = n \cdot \sin \epsilon_1^{'} \rightarrow \epsilon_1^{'} = \sin^{-1}(\frac{n^{'}}{n} \cdot \sin \epsilon_1) = \sin^{-1}(\frac{4/3}{2.4} \cdot \sin 30°) = 16.12° \rightarrow \epsilon_1^{'} = 16.12°$$

$$\alpha = \varepsilon_1^{'} + \varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_2 = \alpha - \varepsilon_1^{'} = 40 - 16.12 = 23.87° \rightarrow \varepsilon_2 = 23.87°$$

Aplicamos la ecuación (2) para ver el ángulo de salida de la segunda cara:

$$n \cdot \sin \epsilon_2 = n^{'} \cdot \sin \epsilon_2^{'} \rightarrow \epsilon_2^{'} = \sin^{-1}(\frac{n}{n^{'}} * \sin \epsilon_2) = \sin^{-1}(\frac{2.4}{4/3} * \sin 23.87°) = 46.75° \rightarrow \boxed{\epsilon_2^{'} = 46.75°}$$

La ecuación (4) nos da la desviación:

$$\delta = \epsilon_1 + \varepsilon_2^{'} - \alpha = 30 + 46.75 - 40 = 36.75° \rightarrow \boxed{\delta = 36.75°}$$